

6. Очерки физики и химии низкотемпературных плазм. // Под ред. Полака Л.С. – М.: Химия, 1971. – 356 с.
7. Артеменко Т.К. Применение термодинамики влаги и газов в углях, породах, соли к их выбросам в шахтах. Наук. Вісник НГАУ. – Днепропетровск, №6, 1999. – С. 8-10.
8. Артеменко Т.К. К вопросу оценки устойчивости склонов по изменению влажности прочности глинистых грунтов. Вопросы маркшейд. дела на открытых разработках. // Материалы совещания по изучению устойчивости откосов на карьерах. Часть 1. – Белгород, 1971 – С. 49-52.
9. Бычков С.А., Артеменко Т.К. Новое о природе оползней, пучении, выбросах в глинистых грунтах и горных породах. // Будівельні конструкції. Вып. 54. – Київ: НДІБК, 2001. – С. 132-135.

УДК 539.3

В.А. Герасик

ВНУТРЕННИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ИСТОЧНИКИ СЕЙСМИЧЕСКОГО ТИПА

Отримано точне рішення вісі симетричної задачі про внутрішні джерела Р- і SV - хвиль у півпросторі з вільною границею, однаково прийнятне як у ближньої, так і в далекій зоні, що враховує довільну тимчасову залежність джерела. На основі отриманого рішення цієї нестационарної задачі досліджується структура хвилі Релея, зокрема, розглядається питання про формування цієї поверхневої хвилі в епіцентральної зоні. Запропоновано точні вираження, що характеризують витріщання середовища внутрішнім джерелом.

INTERNAL SEISMIC TYPE NON-STATIONARY SOURCES

The exact decision of axis symmetric task about internal sources of waves in half-space with free border equally accepted as in near and in a distant zone is received that takes into account any temporary source dependence. On the basis of the received decision of this non-stationary task the structure of Relay wave, in particular, is investigated the question on formation of this superficial wave in epicentral zone is considered. The exact expressions describing environment crack-off by internal source are offered

Интерес к задачам о действии внутреннего источника в упругом полупространстве был вызван, с одной стороны, необходимостью созданием методов контроля над проведением ядерных испытаний, а с другой – постоянным совершенствованием сейсмометрической аппаратуры, в связи с чем возникла необходимость более точной интерпретации данных о процессах, происходящих в земной коре. Подобные задачи, в частности, для однородного полупространства, рассматривались в ряде работ, тем не менее, анализ точного решения в известной автору литературе не проводился. Как правило, при решении этих задач используются методы, развитые в ранних отечественных работах [3, 4], где на основе метода контурных интегралов исследуется приближения ближней и дальней зоны, в то время как на западе широкое распространение получили точные и приближенные решения, полученные применением метода Каньяра [1, 2]. Например, в [6] приводится аналитическое решение плоской задачи о линейном источнике Р - SV волн.

Пусть однородное изотропное упругое тело плотности ρ со скоростями продольных волн α и поперечных β занимает полупространство $z > 0$. В точке $z = h$, $r = 0$ цилиндрической системы координат (r, φ, z) расположен точечный источник Р - SV волн. В силу независимости движений Р, SV в средах с гори-

горизонтальной границей [1], упругие смещения можно представить в виде:

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi),$$

с потенциалами Р - и SV - волн ϕ и ψ соответственно, удовлетворяющими волновым уравнениям:

$$\ddot{\phi} = \alpha^2 \nabla^2 \phi + \frac{F_P}{\rho}, \quad \ddot{\psi} = \beta^2 \nabla^2 \psi + \frac{F_{SV}}{\rho} \quad (1)$$

где $F_P(r, z, t)$, $F_{SV}(r, z, t)$ - потенциалы объемной силы \mathbf{f} , которая имеет вид:

$$\mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}} - (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla F_P + \nabla \times \nabla \times (0, 0, F_{SV}).$$

Точечный источник Р - SV волн на глубине h в цилиндрической системе координат можно представить в виде потенциалов:

$$F_P(r, z, t) = P \cdot N(t) \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z-h), \quad F_{SV}(r, z, t) = S \cdot N(t) \frac{\delta(r)}{2\pi r} \delta(z-h), \quad (2)$$

где P , S - константы, характеризующие мощность источника и имеющие соответственно размерности силы на единицу длины и силы на единицу площади, $N(t)$ - временная зависимость источника.

Условия на свободной границе $z = 0$ записываются в виде:

$$\sigma_{rz}(r, 0, t) = \sigma_{zz}(r, 0, t) = 0. \quad (3)$$

Применяя к (1) интегральное преобразование Лапласа-Макдональда в виде:

$$\int_0^{\infty} r I_0(\lambda r) dr \int_0^{\infty} e^{-st} dt \text{ (прямое)} \quad \frac{1}{\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \lambda K_0(\lambda r) d\lambda \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{st} ds \text{ (обратное)},$$

можно получить изображение решения для падающих волн (здесь и далее оригиналы и трансформанты обозначаются одной и той же буквой, а различаются в зависимости от аргументов):

$$\phi^{nao}(\lambda, z, s) = \frac{P \cdot N(s)}{4\pi r \alpha^2 s \xi} e^{-s\xi|z-h|}, \quad \psi^{nao}(\lambda, z, s) = \frac{S \cdot N(s)}{4\pi \mu s \eta} e^{-s\xi|z-h|}, \quad (4)$$

где $\xi = \left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{\lambda^2}{s^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\eta = \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{\lambda^2}{s^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, так что для $s > 0$ условиями излучения на бесконечности будут: $\text{Re } \xi > 0$, $\text{Re } \eta > 0$.

В таком случае, выражения для суммарных потенциалов можно представить в виде интегралов по комплексному лучевому параметру $p = \lambda/s$, $s > 0$:

$$\begin{aligned} \phi(r, z, s) &= \phi^{nao} + \phi^{PP} + \phi^{SP} = \\ &= \frac{P}{4\pi\rho\alpha^2} \frac{sN(s)}{\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{p}{\xi} \left(e^{-s\xi|z-h|} + PP e^{-s\xi(z+h)} + \frac{\xi}{\gamma^2\eta} SP e^{-s(\eta h + \xi z)} \right) K_0(spr) dp \\ &= \frac{P}{4\pi\mu} \frac{sN(s)}{\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{p}{\eta} \left(e^{-s\eta|z-h|} + SS e^{-s\eta(z+h)} + \frac{\gamma^2\eta}{\xi} PS e^{-s(\xi h + \eta z)} \right) K_0(spr) dp \quad (5), \end{aligned}$$

где PP, PS, SS, SP – коэффициенты отражения, $\gamma = \beta/\alpha$.

С учетом принципа суперпозиции для источников P - и SV - волн, а также на основании (3) можно получить матрицу отражения в виде:

$$\begin{pmatrix} PP & PS \\ SP & SS \end{pmatrix} = \frac{1}{R(p)} \begin{pmatrix} 4p^2\xi\eta - (1/\beta^2 - 2p^2)^2 & 4\xi(1/\beta^2 - 2p^2)/s \\ 4p^2\eta s(1/\beta^2 - 2p^2) & 4p^2\xi\eta - (1/\beta^2 - 2p^2)^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

где $R(p) = (1/\beta^2 - 2p^2)^2 + 4p^2\xi\eta$ - соотношение Релея, так что выражения изображений Лапласа смещений от источников P - и SV - волн по отдельности запишутся в виде (умножение выражений в скобках везде построчное):

$$\mathbf{u}^P = \begin{pmatrix} u_r \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{P}{\pi^2\mu\alpha^2} s^2 N(s) \text{Im} \int_0^{+i\infty} \begin{pmatrix} -2p^2\eta \\ p(1/\beta^2 - 2p^2) \end{pmatrix} \frac{e^{-s\xi h}}{R(p)} \begin{pmatrix} K_1(spr) \\ K_0(spr) \end{pmatrix} dp, \quad (7)$$

$$\mathbf{u}^{SV} = \begin{pmatrix} u_r \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{2P}{\pi^2\mu\beta^2} s^3 N(s) \text{Im} \int_0^{+i\infty} p^2 \begin{pmatrix} 2p^2 - 1/\beta^2 \\ -2p\xi \end{pmatrix} \frac{e^{-s\eta h}}{R(p)} \begin{pmatrix} K_1(spr) \\ K_0(spr) \end{pmatrix} dp. \quad (8)$$

Обратное преобразование Лапласа осуществляется в соответствии с известными формулами:

$$K_0(sa)e^{-sb} \div \left[\frac{H(t-a-b)}{\sqrt{(t-b)^2 - a^2}} \right], \quad K_1(sa)e^{-sb} \div \left[\frac{t-b}{a} \frac{H(t-a-b)}{\sqrt{(t-b)^2 - a^2}} \right],$$

так что, например, \mathbf{u}^P во временной области можно представить в виде свертки:

$$\mathbf{u}^P = D_P \cdot N(t) * \frac{\partial^2}{\partial t^2} \text{Im} \int_0^{+\infty} \left(\frac{-2(\bar{t} - \bar{\xi})\bar{\eta}/\bar{r}}{1 - 2\bar{p}^2} \right) \frac{\bar{p}}{\bar{R}(\bar{p})} \frac{H(\bar{t} - \bar{p}\bar{r} - \bar{\xi})}{\sqrt{(\bar{t} - \tau)(\bar{t} - \tau + 2\bar{p}\bar{r})}} d\bar{\phi}, \quad (9)$$

где $D_P = \frac{P\gamma^2}{\pi^2 \mu h^2}$, $\gamma = \frac{\beta}{\alpha}$, $\bar{p} = \beta p$, $\bar{r} = \frac{r}{h}$, $\bar{t} = \frac{\beta t}{h}$, $\bar{\xi} = \sqrt{\gamma^2 - \bar{p}^2}$, $\bar{\eta} = \sqrt{1 - \bar{p}^2}$, $\bar{R}(\bar{p}) = (1 - 2\bar{p}^2)^2 + 4\bar{p}^2 \bar{\xi} \bar{\eta}$ (далее черточки над безразмерными величинами опускаются).

Деформируя контур интегрирования в (9) к пути Каньяра при помощи замен $\tau = pr + \xi$ и $\tau = pr + \eta$ (в случае \mathbf{u}^{SV}), где τ - действительный параметр, можно получить выражения поля смещений в виде:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^P + \mathbf{u}^{SV} = D_P \cdot N(t) * \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{F}^P + D_S \cdot N(t) * \frac{\partial^3}{\partial t^3} \mathbf{F}^{SV}, \quad (10)$$

$$\mathbf{F}^P(r, t) = \text{Im} \int_{t_P}^t \left(\frac{-2(t - \xi)\eta/r}{1 - 2p_\xi^2} \right) \frac{p_\xi}{R(p_\xi)} \frac{1}{\sqrt{(t - \tau)(t - \tau + 2p_\xi r)}} \frac{dp_\xi}{d\tau} d\tau,$$

$$\mathbf{F}^{SV}(r, t) = \text{Im} \int_{t_H}^t \left(\frac{(t - \eta)(2p_\eta^2 - 1)/r}{-2p_\eta^2 \xi} \right) \frac{p_\eta}{R(p_\eta)} \frac{1}{\sqrt{(t - \tau)(t - \tau + 2p_\eta r)}} \frac{dp_\eta}{d\tau} d\tau,$$

где $p_\xi = \frac{r\tau + i\sqrt{\tau^2 - \gamma^2}(r^2 + 1)}{r^2 + 1}$, $\frac{dp_\xi}{d\tau} = \frac{i\xi}{\sqrt{\tau^2 - \gamma^2}(r^2 + 1)}$, $p_\eta = \frac{r\tau + i\sqrt{\tau^2 - (r^2 + 1)}}{r^2 + 1}$, $\frac{dp_\eta}{d\tau} = \frac{i\eta}{\sqrt{\tau^2 - (r^2 + 1)}}$, $t_P = \gamma\sqrt{r^2 + 1}$, $t_H = r\gamma + \sqrt{1 - \gamma^2}$ - безразмерные времена при-

хода соответственно Р - волны и головной волны, $D_S = \frac{2S}{\pi^2 \mu h^3}$.

Непосредственный расчет (10) осложнен необходимостью вычисления производных по времени. Далее, на примере \mathbf{u}^P приводятся рассуждения, позволяющие получить представление (10) не требующее вычисления производных.

Очевидно, что $\mathbf{G}^\delta(r, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{F}^P$ характеризует отклик на источник с временной зависимостью в виде дельта - функции Дирака $\delta(t)$. Следует отметить наличие слабого разрыва передаточной функции \mathbf{F}^P при $t = t_P$, в силу чего из (10) можно получить отклики на импульсные временные зависимости $N(t) = \delta(t)$, $N(t) = H(t)$, $N(t) = tH(t)$ соответственно в виде:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}^\delta(r,t) &= D_p \cdot \mathbf{G}^\delta(r,t) = D_p \cdot \ddot{\mathbf{F}}^P(r,t), \\
\mathbf{u}^H(r,t) &= D_p \cdot \mathbf{G}^H(r,t) = D_p \cdot (\dot{\mathbf{F}}^P(r,t) - \dot{\mathbf{F}}^P(r,t_p+0)), \\
\mathbf{u}^{tH}(r,t) &= D_p \cdot \mathbf{G}^{tH}(r,t) = D_p \cdot (\mathbf{F}^P(r,t) - \dot{\mathbf{F}}^P(r,t_p+0)(t-t_p) - \mathbf{F}^P(r,t_p+0)),
\end{aligned} \tag{11}$$

так что $\dot{\mathbf{G}}^{tH}(r,t) = \mathbf{G}^H(r,t)$, $\dot{\mathbf{G}}^H(r,t) = \mathbf{G}^\delta(r,t)$, где точки означают производные по времени, а $(+0)$ - правосторонний предел.

Исходным выражением при построении решения для источников с произвольной временной зависимостью $N(t)$ будет:

$$\mathbf{u}^P = D_p \cdot N(t) * \mathbf{G}^\delta(r,t) = D_p \cdot N(t) * \ddot{\mathbf{G}}^{tH}(r,t). \tag{12}$$

При выполнении практических расчетов в случае непрерывно дифференцируемых вместе со своими производными до второго порядка $N(t)$ можно избежать использования операции дифференцирования при вычислении $\mathbf{G}^\delta(r,t)$, если дважды применить к (12) интегрирование по частям. В таком случае окончательный результат можно представить в виде:

$$\mathbf{u}^P = D_p \cdot (\dot{N}(t) * \mathbf{G}^{tH}(r,t) + N(0)\mathbf{G}^H(r,t) + \dot{N}(0)\mathbf{G}^{tH}(r,t)). \tag{13}$$

Таким образом, для того, чтобы построить решение для источника с произвольной временной зависимостью $N(t)$, достаточно вычислить передаточные функции (12) $\mathbf{G}^{tH}(r,t)$ (расчет $\mathbf{G}^H(r,t)$ требуется в частном случае разрывного источника: $N(0) \neq 0$), а затем строить свертку с $\dot{N}(t)$. Для расчета $\mathbf{G}^{tH}(r,t)$ требуются значения пределов справа $\mathbf{F}^P(r,t_p+0)$ и $\dot{\mathbf{F}}^P(r,t_p+0)$ (11), которые легко рассчитать, пользуясь приближением интеграла вида:

$$\int_a^t \frac{g(t,\tau)}{\sqrt{\tau-a}\sqrt{t-\tau}} d\tau \approx \pi g(t, \frac{t+a}{2}), \text{ при } t-a \ll 1, \tag{14}$$

где $g(t,\tau)$ - произвольная достаточно гладкая функция.

Для анализа вопросов, связанных с распространением волны Релея, предлагается использовать представление для смещений в этой волне (\mathbf{U}) в виде вычетов в полюсе Релея подынтегральных выражений, аналогичных (9). Так, например, в случае глубинного источника Р - волн с временной зависимостью в виде функции Хевисайда $N(t) = H(t)$, с учетом (9) и (11), решение для волны Релея будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^H &= -D_p \cdot \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{Im} \left[\pi \cdot \operatorname{Res}_{p=p_R} \left(\left(\begin{array}{c} -2(t-\xi)\eta/r \\ 1-2p^2 \end{array} \right) \frac{p}{R(p)} \frac{1}{\sqrt{(t-\xi)^2 - p^2 r^2}} \right) \right] + \mathbf{u}^{ocm}(r) = \\ &= D_p \cdot \operatorname{Re} \left[\left(\begin{array}{c} K_r p_R^2 r^2 \\ K_z T \end{array} \right) \frac{1}{(T^2 - p_R^2 r^2)^{\frac{3}{2}}} \right] + \mathbf{u}^{ocm}(r), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\begin{pmatrix} K_r \\ K_z \end{pmatrix} = \pi \frac{p_R}{R'(p_R)} \begin{pmatrix} -2\eta(p_R)/r \\ 1-2p_R^2 \end{pmatrix}$, $T = t - \xi(p_R)$, p_R - полюс Релея: $R(p_R) = 0$, $\mathbf{u}^{ocm}(r)$ - остаточные смещения (квазистатические слагаемые) так что для источника Р - волн с временной зависимостью $N(t) = \delta(t)$ можно записать:

$$\mathbf{U}^\delta = \begin{pmatrix} U_r^\delta \\ U_z^\delta \end{pmatrix} = -D_p \cdot \operatorname{Re} \left[\left(\begin{array}{c} K_r 3p_R^2 r^2 T \\ K_z (2T^2 + p_R^2 r^2) \end{array} \right) \frac{1}{(T^2 - p_R^2 r^2)^{\frac{5}{2}}} \right]. \quad (16)$$

Графики (15), (16), а также $\mathbf{F}^P(r, t)$ из (10) приведены в [6]. На Рис. 1 представлена типичная теоретическая сейсмограмма для источника $N(t) = H(t)$, рассчитанная для относительного эпицентрального расстояния $r = 10$ согласно (10). На этом же графике (пунктирные линии) приводятся компоненты смещений в волне Релея, рассчитанные в соответствии с (15). Здесь и далее в расчетах D_p полагается равным 1 масштабу длины, а $\gamma = 1/\sqrt{3}$. Добавление квазистатических слагаемых $\mathbf{u}^{ocm}(r)$ (далее будет получено точное выражение для $\mathbf{u}^{ocm}(r)$) в (15) позволяет наглядно оценить вклад волны Релея в общее решение. Аналогичные численные расчеты для различных эпицентральных расстояний показывают, что совпадение подобное Рис.1 имеет место примерно при $r > 5$, т.е. когда абсолютное эпицентральное расстояние превышает 5 глубин источника.

Помимо идеализированного источника $N(t) = H(t)$, предлагается рассмотреть источник Хаскелла, который имеет реальный физический смысл. Как показано в [7], форма излучаемой упругой волны обладает примечательной простотой и хорошо аппроксимируется выражением:

$$N(t) = 1 - e^{-t} \left(1 + t + \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{6} - Bt^4 \right), \quad \dot{N}(0) = \ddot{N}(0) = \ddot{\ddot{N}}(0) = 0, \quad (17)$$

где B - постоянная, зависящая от рода среды (обычно считается $B = 0.5$).

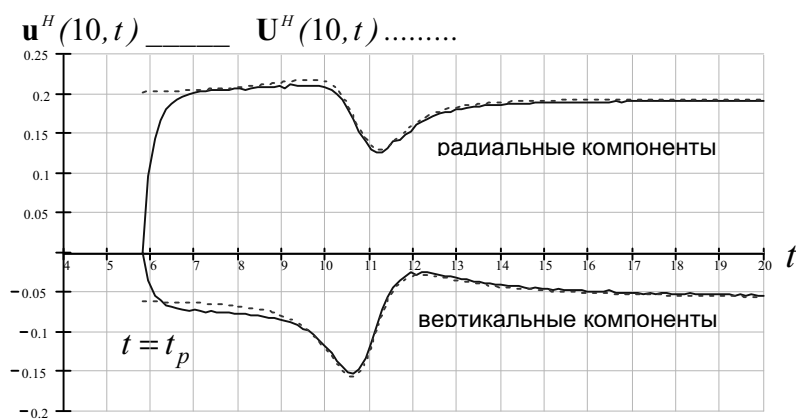


Рис. 1 – Типичная теоретическая сейсмограмма для источника $N(t) = H(t)$, рассчитанная для относительного эпицентрального расстояния $r = 10$

На Рис. 2 изображена теоретическая сейсмограмма поля смещений от источника (16) для относительного эпицентрального расстояния $r = 60$, рассчитанная согласно (13). В этом случае волновой пакет явно разделен на объемные и поверхностные волны, причем поверхностные волны уже начинают преобладать над объемными.

В [1] приводится приближенное неравенство Накано, которое интерпретируется как оценка эпицентральных расстояний, на которых волна Релея не сформировалась. Также приводится оценка авторов [1] расстояний, на которых волна Релея не выражена отчетливо. С этими трактовками трудно согласиться.

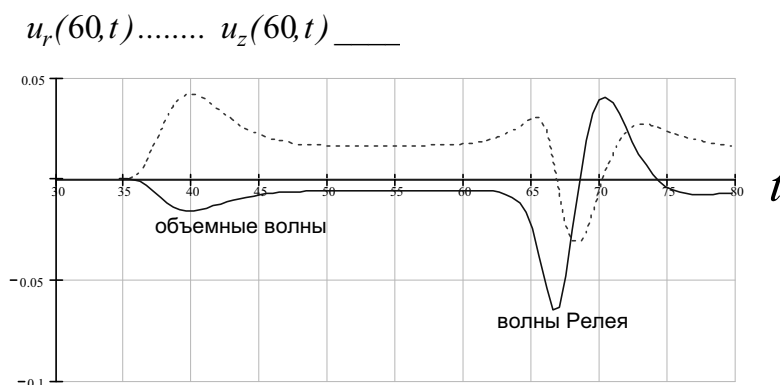


Рис. 2 – Теоретическая сейсмограмма поля смещений от источника (16) для относительного эпицентрального расстояния $r = 60$

Проведенные численные расчеты для источника $N(t) = H(t)$, а также для источника Хаскелла на малых эпицентральных расстояниях, а также анализ выражений (15), который дает возможность идентифицировать объемные и поверхностные волны при $r \ll 1$, позволяют сделать следующие выводы:

- волна Релея от внутреннего источника проявляется в виде серии нескольких импульсов;

- каждый из этих импульсов имеет некоторую переменную скорость, которая первоначально превышает скорость распространения волны Релея в среде C_R , а в последствии стремится к C_R ;

- по крайней мере, один из импульсов волны Релея выделяется на теоретической сейсмограмме для любого $r \ll 1$, после чего, с ростом эпицентрального расстояния r проявляются другие, так что их переменная скорость v меняется в пределах: $\alpha > v > C_R$.

Точные выражения остаточных смещений $\mathbf{u}^{ocm}(r)$, характеризующих выпучивание среды взрывом, можно получить из (7) следующим образом. Полагая $N(t) = H(t)$, так что $N(s) = 1/s$ и переходя к безразмерным переменным: $\bar{p} = \beta p$, $\bar{s} = \frac{hs}{\beta}$, $\bar{r} = \frac{r}{h}$ можно получить:

$$\mathbf{u}^P = \frac{P\gamma^2}{\pi\mu h^2} \text{Im} \left[\int_0^{+i\infty} \bar{s} \begin{pmatrix} -2\bar{p}^2\bar{\eta} \\ \bar{p}(1-2\bar{p}^2) \end{pmatrix} \frac{e^{-s\sqrt{\gamma^2-\bar{p}^2}}}{\bar{R}(\bar{p})} \begin{pmatrix} K_1(\bar{s}\bar{p}\bar{r}) \\ K_0(\bar{s}\bar{p}\bar{r}) \end{pmatrix} d\bar{p} \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} e^{\bar{s}\bar{t}} d\bar{s} \right]. \quad (18)$$

Формальная замена $\lambda = isp$ позволяет представить (18) уже во временной области:

$$\mathbf{u}^P = \frac{P\gamma^2}{2\pi\mu h^2} \int_0^\infty \lambda \begin{pmatrix} -2\bar{p}\bar{\eta} \\ 1-2\bar{p}^2 \end{pmatrix} \frac{e^{-\sqrt{\bar{s}^2\gamma^2+\lambda^2}}}{\bar{R}(\bar{p})} \begin{pmatrix} J_1(\lambda\bar{r}) \\ J_0(\lambda\bar{r}) \end{pmatrix} d\lambda \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{1}{\bar{s}} e^{\bar{s}\bar{t}} d\bar{s}. \quad (19)$$

Учитывая $\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{1}{\bar{s}} e^{\bar{s}\bar{t}} d\bar{s} = 1$, $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{2p\eta}{R(p)} = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1-2p^2}{R(p)} = \frac{3}{2}$, переходя в (19) к

пределу при $\bar{s} \rightarrow 0$, и вычисляя табличные интегралы можно получить:

$$\mathbf{u}^P = \frac{3P\gamma^2}{4\pi\mu h^2} \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda} \begin{pmatrix} -J_1(\lambda\bar{r}) \\ J_0(\lambda\bar{r}) \end{pmatrix} d\lambda = \frac{3P\gamma^2}{4\pi\mu h^2} \begin{pmatrix} -\bar{r} \\ 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(\bar{r}^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}, \quad (20)$$

так что окончательно, на основании (11) и (20), остаточные смещения запишутся в виде:

$$\mathbf{u}^{ocm} = \begin{pmatrix} u_r^{ocm} \\ u_z^{ocm} \end{pmatrix} = D_P \frac{3\pi}{4} \begin{pmatrix} -r \\ 1 \end{pmatrix} \frac{1}{(r^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} - D_P \cdot \dot{\mathbf{F}}^P(r, t_P + 0), \quad (21)$$

причем согласно (14):

$$\dot{\mathbf{F}}^P(r, t_P + 0) = \lim_{t \rightarrow t_P} \frac{d}{dt} \operatorname{Re} \left[\left(\frac{-2(t-\xi)\eta/r}{1-2p_\xi^2(\hat{t})} \right) \frac{p_\xi}{R(p_\xi)} \frac{1}{\sqrt{t-\hat{t}+2p_\xi(\hat{t})r}} \cdot \frac{\xi}{\sqrt{\hat{t}+\gamma\sqrt{r^2+1}}} \right], \quad (22)$$

где $\hat{t} = \frac{t+t_P}{2}$.

Волновая картина остаточных смещений, рассчитанных согласно (21) представлена на Рис. 3. Во-первых, (21) является хорошим тестом для численных расчетов смещений для источников, обладающих свойством: $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \text{const}$ (сравнить \mathbf{u}^{ocm} (10) Рис. 2 и Рис. 3). Во-вторых, (21) точно описывает процессы, происходящие в эпицентре взрыва, причем u_z^{ocm} характеризует выпучивание среды взрывом. Таким образом, располагая критериями прочности грунта на растяжение, можно было бы рассчитывать радиус воронки, зная глубину заложения и мощность взрыва или решать обратную задачу.

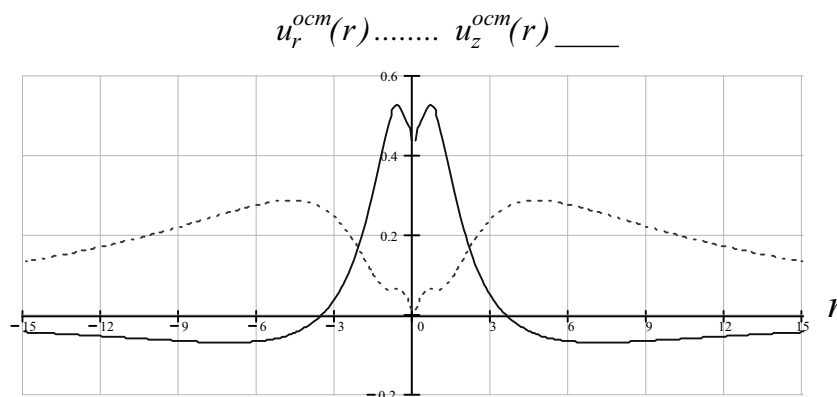


Рис. 3 – Волновая картина остаточных смещений

Согласно Рис. 3 можно, например, сделать предварительный вывод о том, что радиус воронки не должен превышать примерно $3.5h$, независимо от мощности источника (при $r \geq 3.5h$ $u_z^{ocm} \leq 0$), что согласуется со многими экспериментальными данными по ядерным и химическим взрывам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. - М.: Мир, 1983. - Т.1. 520 с.
2. Слепян Л.И., Яковлев Ю.С. Интегральные преобразования в нестационарных задачах механики. - Л.: Судостроение, 1980. - 343 с.
3. Шемякин Е.И. Задача Лэмба для внутреннего источника // ДАН СССР, 1961., - Т. 140, №4, - 780 с.
4. Огурцов К.И., Петрашень Г.И. Динамические задачи для упругого полупространства в случае осевой симметрии // Уч. зап. ЛГУ, 1951. №149. - Вып. 24.
5. Герасик В.А. Волны от глубинного источника продольных волн в полупространстве со свободной границей // Динамические системы. - 2000. - Вып.16. - С. 117-119.
6. Chapman С.Н. Lamb's problem and comments on the paper «On leaking modes» by Usha Gupta // Pure and Applied Geophysics, 1972. 94, pp. 233-247.
7. Haskell N.A. Analytic approximation of the elastic radiation from a contained underground explosion // Journ. Geoph. Res. 1967, vol. 72, №10, 2583.